OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
Etapa locală - 14.02.2015
Clasa a VIII-a

1. Fie ecuaţia: 7(1-x):m - 2x = 2(1-x), cu m parametru real nenul.

a) Să se rezolve ecuaţia.

b) Să se determine m număr întreg pentru care partea întreagă a soluţiei ecuaţiei este egală cu 1.

2. Fie x, y, z numere reale strict pozitive. Să se arate că:

a) $\frac{1}{x}+\frac{1}{2y}\geq\frac{4}{x+2y}$

b) $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}>\frac{8}{3}\left(\frac{1}{x+2y}+\frac{1}{y+2z}+\frac{1}{z+2x}\right)$

3. Pe planul pătratului ABCD se ridică de aceeaşi parte perpendicularele AM şi CN.

a) Să se arate că dreptele MN şi BD sunt perpendiculare.

b) Dacă AB=3, AM=4, CN=4-$\sqrt{7}$, să se calculeze distanţele de la M la BN şi de la M la planul (BCN).

4. Fie piramida patrulateră regulată VABCD, $\{O\}=AC\cap BD$ şi $P, Q\in(VO)$. Dacă $\{E\}=AP\cap CV$, $\{F\}=CP\cap AV$, $\{S\}=BQ\cap DV$ şi $\{T\}=DQ\cap BV$, arătaţi că măsura unghiului dintre dreptele EF şi ST nu depinde de alegerea punctelor P şi Q pe segmentul VO.

GM 11/2014

NOTĂ: Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.